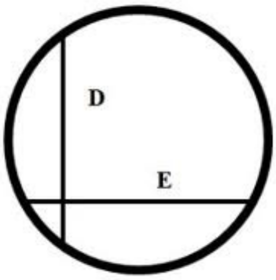
# Illustration proposition E2,8




Spinoza: E2 Prop.8 sc.

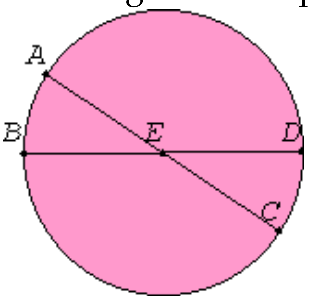
*un cercle est, on le sait, d'une nature telle que les segments formés par toutes les lignes droites se coupant en un même point à l'intérieur donnent des rectangles équivalents*

Euclide Partie III Proposition 35

THÉORÈME.

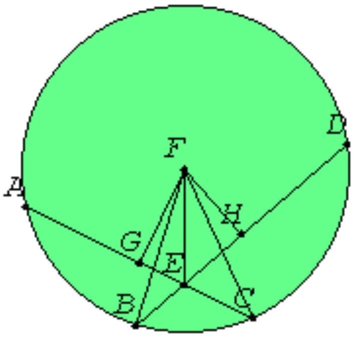
*Si dans un cercle, deux cordes se coupent mutuellement, le rectangle compris sous les segments de l'une de ces cordes est égal au rectangle compris sous les segments de l'autre.*

Que dans le cercle ABCD (fig. 100) les deux cordes, AC, BD se coupent mutuellement au point E : je dis que le rectangle compris sous les droites. AE, EC est égal à celui qui est compris sous les droites DE, EB.




Si les droites AG, BD passent par le centre, de manière que le point E soit le centre du cercle ABCD, il est évident que les droites AE, EC, DE, EB étant égales, le rectangle compris sous les droites AE, EC est égal à celui qui est compris sous les droites DE, EB.

Si les droites AC, DB (fig. 101) ne passent pas par le centre, prenez le centre du cercle ABCD (prop. 1. III), que ce centre soit le point F ; du centre F conduisez les droites FG, FH perpendiculaires sur les droites AC, DB (prop. 12. I), et menez les droites FB, FC, FE.




Puisque la droite GF menée par le centre est perpendiculaire sur la droite AC qui n'est pas menée par le centre, la droite GF coupe la droite AC à angle droit, et la partage en deux parties égales (prop. 3. III) : donc la droite AG est égale à la droite GC.

Puisque la droite AC est coupée en deux parties égales au point G et en deux parties inégales au point E, le rectangle compris sous les droites AE, EC avec le carré de GE, est égal au carré de GC (prop. 5. II) : donc si nous ajoutons à ces quantités le carré de GF, le rectangle compris sous les droites AE, EC, avec les carrés de GE, GF, est égal aux carrés de CG, GF. Mais le carré de FE est égal aux carrés de EG, GF (prop. 47. I), et le carré de FC égal aux carrés de CG, GF : donc le rectangle compris sous tes droites AE, EC, avec le carré de FE, est égal au carré de FC. Or la droite FC est égale à la droite FB : donc le rectangle compris sous les droites AE, EC, avec le carré de EF, est égal au carré de FB. Par la même raison le rectangle compris sous les droites DE, EB, avec le carré de FE, est égal au carré de FB. Mais on a démontré que le rectangle compris sous les droites AE, EC, avec le carré de FE, est égal au carré de FB : donc le rectangle compris sous les droites AE, EC, avec le carré de FE, est égal au rectangle compris sous les droites DE, EB, avec le carré de FE: donc si on retranche le carré de FE, qui est commun, le rectangle restant compris sous AE, EC sera égal au rectangle restant compris sous DE, EB.

Donc si dans un cercle deux cordes se coupent mutuellement, le rectangle compris sous les segments de l’une sera égal au rectangle compris sous les segments de l'autre ; ce qu'il fallait démontrer.

(Fondé sur les théorèmes: III.1 - I.12 - III.3 - II.5 - I.47)

http://remacle.org/bloodwolf/erudits/euclide/geometrie1.htm

https://mathcs.clarku.edu/~djoyce/java/elements/bookIII/propIII35.html